

73116 Algoritmimatematiikka, tentti 17.12.2004

Ei laskinta eikä kirjallisuutta

1 Esitä seuraavat ajatelmat propositiologikan lauseina ja sievennä ne mahdollisimman lyhyeen muotoon

- a) Jos menet naimisiin (N) niin kadut sitä (K) ja jos et mene naimisiin niin kadut sitäkin
- b) Päivästä tulee mukava (M), jos aurinko paistaa (P), mutta vain jos ei ole liian kuuma ($\neg K$)

2 Olkoon $K(x, y) \Leftrightarrow$ "x tuntee y : n"

- a) Esitä predikaatilogiikan lauseena :
Jokainen tuntee jonkun, jolle on tuntematon
- b) Esitä suomeksi (ja mahdollisimman selkeästi) :
 $\exists x (\forall y K(x, y) \wedge \forall z (\forall y K(z, y) \Rightarrow z = x))$
- c) Montako riviä totuustauluun tulisi, jos tarkasteltavassa joukossa on n ihmistä ?

3 Olkoon $x + y \Leftrightarrow$ pienin yhteinen jaettava ja $x \bullet y \Leftrightarrow$ suurin yhteinen jakaja.

Voidaanko joukkoon {2, 4, 12} lisätä sellainen luku, että kyseessä olisi Boolean algebra? Perustele vastauksesi.

4 Ratkaise rekursioyhtälö

$$H_n = 3H_{n-1} - 2H_{n-2} + 2^n \quad ; \quad H_0 = 1, H_1 = 0$$

5 Onko a) $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$, b) $P(A') = (P(A))'$

c) $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$?
($P(A)$ on potenssijoukko, A' on A :n komplementtijoukko)

6 (a, b) $R(c, d) \Leftrightarrow (a < c) \vee ((a = c) \wedge (b \leq d))$,

$$A = \{(1, 2), (3, 1), (2, 2), (3, 4)\}$$

Määritä matriisit relaatioille R ja $H = (R - I) - (R - I)^2$ ja piirrä Hassen diagrammi. Onko relaatio H transitiivinen ?

7 Yhdistyksessä on jäseninä 5 naista ja 6 miestä. Monella tavalla voidaan valita

- a) kolmihenkinen johtokunta
b) kolmihenkinen johtokunta, jossa on ainakin yksi mies
c) puheenjohtajan, sihteerin ja rahastonhoitajan muodostama kolmikko