

Ei kirjallisuutta, eikä muistipanoja. Laskimen käyttö sallittu.

**HUOM!** Tenttiin kuuluvat tehtävät 1-5.  
Välikoesuoritukset seuraavasti: vk1(tehtävät 1-2 ja Y1), vk2(tehtävät 3-5).

1. Tarkastele seuraavaa LP-tehtävää

$$\max z = C_1x_1 + C_2x_2$$

$$\text{ehdotin } 0.5x_1 + 2x_2 \leq 320$$

$$-x_1 + 4x_2 \leq 0$$

$$x_1 - 6x_2 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

missä nykyinen optimipiste on  $(x_1, x_2) = (384, 64)$ .

a) Saman aikaisia muutoksia voi tapahtua tavoitefunktion kertoimissa. Millä alueella kerroinsuhde  $C_1/C_2$  voi muuttua siten, että nykyinen optimipiste säilyy?

b) Ensimmäisen rajoite-ressurssin duaalihinta on 102. Millä alueella resurssin määrä voi vaihdella siten, että tämä duaalihinta ei muutu?

2. Kaksi makean veden allasta on käytettävissä kolmen kaupungin vedentarpeeseen. Kumpikin allas voi luovuttaa 50 miljoonaa litraa vettä päivässä. Kukin kaupunki tarvitsee 40 miljoonaa litraa päivässä. Veden puute kaupungissa aiheuttaa lisäkustannuksia: 20 euroa (kaupungissa 1), 22 euroa (kaupungissa 2) ja 23 euroa (kaupungissa 3) miljoonalta litralta. Veden siirto allailta kaupunkeihin aiheuttaa kustannuksia euroina miljoonalta litralta seuraavan taulukon mukaisesti:

	Kaupunkiin		
	1	2	3
Allas 1	7	8	10
Allas 2	9	7	8

Muotoile probleema tasapainoitetuksi kuljetustaulukoksi, etsi hyvä alkuratkaisu ja edelleen optimiratkaisu, joka minimoi siirto- ja puuttekustannusten summan. ( Muista, että huono alkuratkaisu useimmiten lisää iterointikiertojen tarvetta.)

3. Eräs komponentti maksaa €4 kappaleelta, mutta jos tilataan 150 kpl tai enemmän, mutta vähemmän kuin 200 kpl, niin myyjä myöntää 10%:n alennuksen. Jos tilataan 200 kpl tai enemmän, alennus on 15 %.

Yritys käyttää tätä komponenttia nopeudella 20 kpl päivässä. Tilauksen tekeminen aiheuttaa € 60:n kustannuksen per tilaus ja komponentin varastoiminen maksaa 25 senttiä kappaleelta vuorokaudessa. Mikä on optimaalinen tilauskoko?

4. a) Ratkaise seuraava peli graafisesti:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriisi on vaakarivipelaajan voittomatriisi. ( Älä käytä dominanssia tai 2x2-pelin ratkaisukaavoja.)

b) Kirjoita peli vaakarivipelaajan LP-tehtäväksi, joka voitaisiin ratkaista esim. simplex-algoritmien tietokoneohjelmalla. (Siis vain matemaattinen malli.)

5. a) Oleta, että kaikki autoilijat tankkaavat, kun bensinintankki on täsmälleen puoillaan. Nykyisin keskimäärin 7.5 asiakasta tunnissa saapuu I-pumppuiselle huoltoasemalle. Tankkaaminen kestää keskimäärin 4 minuuttia. Saapumisten väliset ajat ja tankkausajat ovat eksponentiaalisesti jakautuneet. Laske systeemisissä olevien asiakkaiden määrän odotusarvo ja systeemisissä vietyyn ajan odotusarvo.

b) Oleta, että on levinnyt huhu bensiniin mahdollisesta puutteesta ja niinpä paniikkioستaminen alkaa, jolloin kaikki autoilijat tankkaavat kun bensiniä on jäljellä täsmälleen 3/4 tankilla. Koska tankkausajat ottavat nyt vähemmän bensiniä kerralla, oletä tankkausajaksi keskimäärin  $3\frac{1}{3}$  minuuttia. Miten paniikkitilanne muuttaa a-kohdassa laskettujen suureiden arvoja? Huomioit tietenkin, että asiakkaiden keskimääräinen saapumisnopeus on nyt muuttunut.

Y1. Ratkaise simplex-algoritmilla seuraava LP-tehtävä:

a) maksimoi  $z = x_1$

$$\begin{array}{rcl} \text{ehdotin} & 5x_1 + x_2 & = 4 \\ & 6x_1 & + x_3 = 8 \\ & 3x_1 & + x_4 = 3 \\ & & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

(Vain algoritmilla ratkaistut tehtävät tuottaa pisteitä.)

b) Mikä on ratkaisu, jos tavoitteena olisi minimoida z?