

MAT-10315 Insinöörimatematiikka E 1

Tentti 11.10.2005

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

T1. Olkoon funktio $f_0(x) = \frac{x}{x+1}$ ja tämän avulla rekursiivisesti saatavat yhdistetyt funktiot $f_{n+1} = f_0 \circ f_n$, $n = 0, 1, 2, \dots$ (eli $f_1 = f_0 \circ f_0$ ja $f_2 = f_0 \circ f_1$ jne). Osoita induktiotodistuksella, että $f_n(x) = \frac{x}{(n+1)x+1}$.

T2. Tarkastele kompleksilukua $z = 2e^{-j\frac{\pi}{2}}$.

a) Esitä z :n käänteisluku z^{-1} sekä eksponentiaalimuodossa että summamuodossa $x + jy$.

b) Laske z :n kaikki neliöjuuret.

T3. a) Millä etäisyydellä toisistaan ovat pisteet, joissa suora $\mathbf{x} = (1, 2, 3) + t(1, 0, -1)$ leikkaa tasot $x+2y+3z=4$ ja $3x+2y+z=4$

b) Onko suora kohtisuorassa kumpaakaan tasoa vastaan?

T4. Millä k :n arvoilla seuraavalla yhtälöryhmällä on **a)** 1-käsitteinen ratkaisu, **b)** äärettömän monta ratkaisua ja **c)** ei yhtään ratkaisua?

$$x - y - z = 2$$

$$2x + y + z = k$$

$$7x + y + z = 16$$