

MAT-10323 INSINÖÖRIMATEMATIIKKA B 2

Tentti 18.12.2009. Ei laskimia, Ei taulukoita.

1. Laske A:n käänteismatriisi (jos on olemassa) samoin B:n käänteismatriisi. Laske myös tulon AB käänteismatriisi.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2. (i) Millä a:n arvolla yhtälöryhmällä on äärettömän monta ratkaisua.

$$\begin{aligned} x + y - z &= 0 \\ x - y + 3z &= 0 \\ x + y + (a^2 - 10)z &= 0 \end{aligned}$$

- (ii) Olkoon A (i)-kohdan yhtälöryhmän kerroinmatriisi. Millä a:n arvolla matriisin sarakevektorit ovat lineaarisesti riippumattomia?(perustelu)

3. (i) Mikä on sen lineaarikuvauksen matriisi, jolle

$$T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, T \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad T \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

- (ii) Laske matriisin C determinantti.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

4. (i) Etsi A:n ominaisarvot ja ominaisvektorit (3p)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (ii) Etsi ortogonaalimatriisi, joka diagonalisoi matriisin A. (2p)

- (iii) Määrä neliömuodon $2x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 2xz$ definiittisyys. (1p)
(perustelut!)